

# Beregning af hævnings under antagelse af retlinjet dræning

Nik Okkels

GEO, Danmark, [nio@geo.dk](mailto:nio@geo.dk)

Klaus Bødker

GEO/ Ingeniørhøjskolen i Århus, Danmark, [kb@iha.dk](mailto:kb@iha.dk)

*Abstract: De meget fede tertiære lerarter i det danske område sveller, når de bliver aflastet – fx i forbindelse med afgravning for dybe kældre – eller når store træer fældes. Dette skyldes, at begge tiltag aktiverer de ofte ganske betydelige svelletryk, der er opbygget i leret. Dette har i tidens løb givet anledning til adskillige funderingsskader, hvilket viser, at det er nødvendigt at designe funderingen under hensyntagen til såvel svelletryk som til de bevægelser udløsningen af svelletrykkene risikerer at medføre. I artiklen argumenteres for en simpel førsteordens teori til beregning af svellezonens størrelse og til beregning af hævningsens størrelse og tidsforløb. Beregningsmodellen har allerede i mange tilfælde været anvendt til at løse funderingsopgaver i det Østjyske område.*

*Most of the tertian (plastic) types of clay in the Danish region are characterised as highly expansive. It is well known that permanent excavations for structures or buildings with one or more underground stories in or directly over these deposits over time will cause the ground to rise significantly due to swelling in the fat clay. The cutting of big trees situated in or directly over these tertian layers of clay will also cause the ground to lift due to swelling. The swelling of ground mainly occurs as a result of water seeping into the highly expansive minerals in the clay. The intrusion of water is a result of the equalisation of the negative pressure (suction) in the pore water. Several damages on constructions caused by unacceptable movements in the underlying clay strata have been seen over time. In the design of constructions one thus obviously has to take these issues into account. The paper outlines a fairly simple method for determination of the swelling pressure and for quantifying the rise of the ground that may occur in a given period — typically the anticipated lifetime of the construction. The procedure has already been used in the design of several constructions in Denmark.*

## 1 Indledning

De meget fede tertiære lerarter, der flere steder i Danmark findes nær terræn, er kendetegnede ved deres ugunstige styrke- og deformationsegenskaber. Blandt andet sveller leret voldsomt i forbindelse med aflastning. De medfølgende hævnings er ofte så betydelige, at det er nødvendigt at udforme bygningernes fundering under hensyntagen til de medfølgende opad rettede kræfter og bevægelser.

Ved fundering på disse jordarter er det derfor vigtigt at kunne forudsige hævningsens størrelse og tidsforløb. Med det formål har GEO for mange år siden opstillet en meget enkel beregningsmetode, som i tidens løb er benyttet mange gange i forbindelse med nybyggeri på meget fedt plastisk ler i det Østjyske område af Danmark.

## 2 Forekomst og baggrund

I det danske område findes de meget fede tertiære lere dels som faststående dybgrundsaflejringer og dels som løse isoppressede flager i de overliggende kvartære aflejringer.

Forekomsterne knytter sig primært til den yngste del af den paleocæne epoke, til hele den eocæne epoke og til det meste af den oligocæne epoke – alle epokerne er fra den palæogene periode (tidligere: tertiær perioden). Aflejringer (udelukkende ler) fra disse epoker underlejrer de yngre kvartære afleriger i et bælte, der bugter sig tværs gennem det danske område fra nordvest mod sydøst og som gennemskærer eller strejfer de fleste landsdele. Det er især i og omkring dette bælte, at der er risiko for at træffe overfladenære forekomster /7/.

Denne artikel fokuserer primært på at opstille en beregningsmetode for beregning af svullet i faststående tertiært ler med så stor lagtykkelse, at det er rimeligt at antage, at vandopsugningen kun sker fra lerets overside, og at vandnedtrængningen derfor kun berører den øverste del af lerformationen.

De løse flager har ofte så beskeden lagtykkelse, at de når at svulle færdigt for en eventuel aflastning indenfor bygværkets levetid. Lagtykkelsen kan dog være så stor, at dette ikke sker til trods for, at flagerne normalt suger vand både fra over- og undersiden. I praksis er det imidlertid vanskeligt med sikkerhed at bestemme, hvor tykke flagerne er ud fra en geotekniske undersøgelse. Det skyldes, at der sjældent er mulighed for at udføre så omfattende undersøgelser, at flagerens orientering og form bliver bestemt med rimelig sikkerhed. Ved designet af funderingen vil det derfor ofte være nødvendigt at medregne risikoen for, at hele flagen når at svulle færdigt inden for bygværkets levetid.

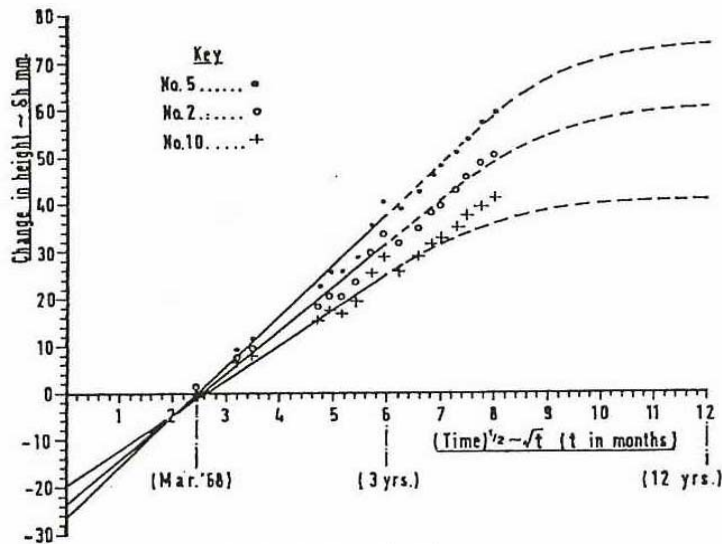
### 3 Hævningsobservationer

Det første og formentlig mest kendte eksempel på hævning af en bygning i Danmark er Skive Museum, som i begyndelsen af 40'erne blev funderet på højtliggende plastisk ler - såkaldt Septarieler. Denne bygning hævede sig i størrelsesordenen 100 mm indenfor sine første leveår. Dette skyldes dels aflastningen for udgravningen for bygningen, og dels at der blev fældet en del store træer umiddelbart forud for byggeriet. Siden er der konstateret hævningskader mange andre steder i Danmark; fx kan nævnes en institutionsbygning i Marienborg ved Randers, et parcelhus i Skåde ved Århus, en tilbygning til en institution i samme område og en underjordisk kælder ved Aarhus Universitet.

Et af de mest veldokumenterede eksempler på hævning af en bygning, er fra London, England, og er detaljeret beskrevet af J. May fra Department of the Environment /4/. J. May præsenterer i sin artikel resultaterne af præcisionsmålinger udført til målepunkter på såvel kældersøjler som kældergulve i 5-årig periode fra marts 1968 og frem til februar 1973 hvor der blev målt hævninger på 60 mm – se figur 1.

Kort fortalt er der tale om en 11 m dyb og ca. 65·90 m<sup>2</sup> stor parkeringskælder, hvor den overliggende bygning aldrig blev udført fordi byggeriet af andre årsager blev stoppet. Parkeringskælderens funderet på højtliggende fedt tertiært ler – såkaldt London Clay – med en lagtykkelse på ca. 30 m. Nettoaflastningen var i størrelsesordenen 135 kN/m<sup>2</sup> under hensyntagen til opdriften. Udgravningsarbejdet startede i juni måned 1966 og blev afsluttet i november måned 1967. I maj 1968 var kælderens færdigstøbt. Som det fremgår af figur 1 var hævningerne ikke i ro ved slutningen af måleperioden i 1973, og der må således forventes hævninger på mere end 90 mm.

Målingerne viser, at hævningerne udvikler sig retlinjet i en kvadratrod  $t$  afbildning – hvor  $t$  er tiden. J. May konkluderer i sin artikel, at hævningerne stort set følger det mønster, som man vil forvente ud fra den endimensionale konsolideringsteori.



Figur 1 Recorded heave, J. May /4/.

#### 4 Endimensional konsolidering ved retlinjet dræning

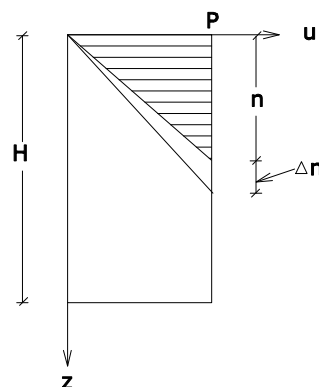
Med støtte i erfaringerne fra London har GEO valgt at bygge beregningsmodellen på Terzaghi's endimensionale konsolideringsteori, idet dræningsprocessen dog tilnærmes et retlinjet forløb som introduceret af Knud Mortensen i 1965 /5/. Formålet hermed er at opnå nogle helt åbenlyse beregningstekniske fordele, som gør det muligt at løse selv meget komplicerede hævningsproblemer med et simpelt beregningsværktøj vel at mærke uden at gå på kompromis med nøjagtigheden.

Knud Mortensens tilnærmer poreundertryksfordelingen fra Terzaghi's endimensionale konsolideringsteori med en knækket ret linje som vist på figur 2. Samtidig antager han, at gradienten  $i$  har samme størrelse overalt i jordlaget, og at den aftager med tiden  $t$  på en sådan måde, at den bliver omvendt proportional med nedtrængningsdybden  $n$ .

Modellen er opstillet for et jordlag med lagtykkelsen  $H$ , som kun kan suge vand fra oversiden og som er påvirket af en aflastning  $p$  med så stor horisontal udstrækning, at poreundertrykket  $u$  kan antages at være konstant ( $u = p$ ) i hele jordlaget til tiden  $t = 0$ . I dette lag antager Knud Mortensen, at gradienten  $i$  overalt og til et vilkårligt tidspunkt  $t \geq 0$  kan udtrykkes som:

$$i = \frac{p}{\gamma_w \cdot n} \quad 1$$

hvor  $\gamma_w$  er vands rumvægt og  $n$  er nedtrængningsdybden som funktion af tiden  $t$ .



Figur 2

På det grundlag opstilles det styrende ligningssystem for dræningsprocessen ved at udtrykke, at hævningsen til et hvert tidspunkt er lig med den tilførte vandmængde:

$$\frac{\frac{1}{2}P}{K} \Delta n = k \cdot i \cdot \Delta t = k \frac{P}{\gamma_w \cdot n} \Delta t \quad 2$$

hvor  $k$  er permeabilitetskoefficienten og  $K$  er konsolideringsmodulet

Udtryk 2 gælder dog kun når konsolideringsgraden for hele jordlaget er  $\leq 0,5$ ; /5/.

Nedtrængningsdybden  $n$  som funktion af tiden kan bestemmes af ovenstående udtryk ved at lade  $\Delta n$  og  $\Delta t$  gå mod nul i en grænseovergang for derved at substituere  $\Delta n$  med  $dn$  og  $\Delta t$  med  $dt$ , isolere de variable på hver sin side af lighedstegnet og løse den derved fremkomne separable førsteordens differentialeligning:

$$2 \frac{k \cdot K}{\gamma_w} dt = n \cdot dn \quad 3$$

Konsolideringskoefficienten  $c_k = \frac{k \cdot K}{\gamma_w}$  indføres og ligning 3 løses:

$$\int 2 \cdot c_k \cdot dt = \int n \cdot dn \Rightarrow 2 \cdot c_k \cdot t = \frac{1}{2} \cdot n^2 + c_1 \Rightarrow \quad 4$$

hvor  $c_1$  er en konstant, der med de rette randbetingelser kan sættes til nul

$$n = 2\sqrt{c_k \cdot t} \quad \text{for } U \leq 0,5 \quad 5$$

Poreundertryksfordelingen er i Knud Mortensens beregningsmodel bestemt ved:

$$u(z,t) = \frac{z \cdot p}{n} \quad \text{for } z < n \quad \text{og} \quad u(z,t) = p \quad \text{for } z \geq n \quad (\text{knækket ret linje})$$

Konsolideringsgraden beregnes nemt af arealforholdet i figur 2. For  $U \leq 0,5$  gælder:

$$U = \frac{\frac{1}{2} \cdot n \cdot p}{p \cdot H} = \sqrt{\frac{c_k \cdot t}{H^2}} = \sqrt{T} \quad 6$$

hvor  $T$  er Terzaghi's dimensionsløse tal:  $T = \frac{c_k \cdot t}{H^2}$

Ifølge Terzaghi's konsolideringsteori er:

$$U = \sqrt{\frac{4}{\pi} T} \approx 1,13\sqrt{T} \quad \text{for } U \leq 50\% \quad 7$$

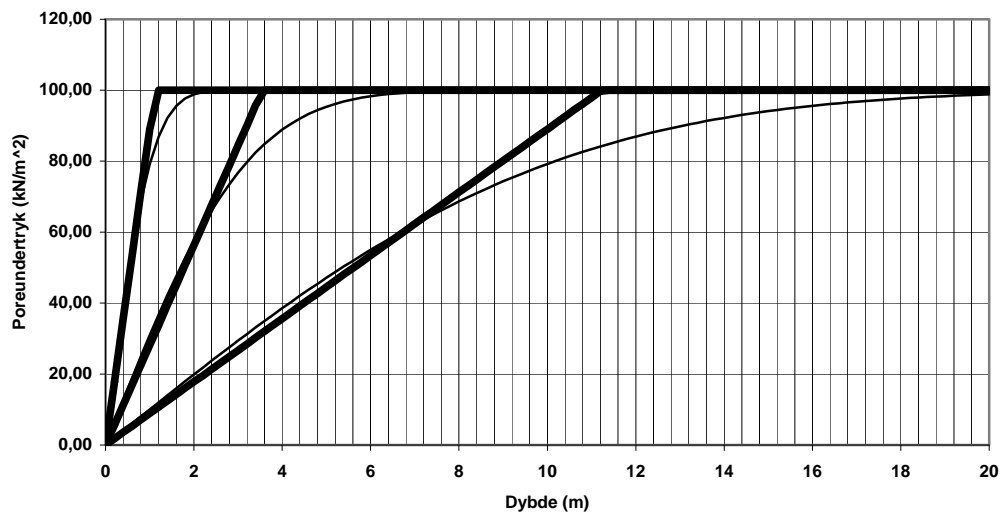
Som det fremgår af ligning 6 og 7, er der god overensstemmelse mellem de to modeller. Der er selvfølgelig en mindre afvigelse, hvis størrelse er illustreret i figur 3, hvor bortdræningen af poreundertrykkene er sammenlignet for de to beregningsmodeller i et konkret eksempel.

Bortdræningen af poreundertrykkene  $u(x,t)$  er i Terzaghi's endimensionale konsolideringsteori bestemt af varmeledningsligningen og en numerisk løsningen kan angives med følgende rækkeudvikling med tilhørende begyndelses- og randbetingelser /6/:

$$u(z,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \cdot p}{m \cdot \pi} (1 - \cos(m \cdot \pi)) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot z}{2 \cdot H}\right) \cdot e^{\frac{-m^2 \cdot \pi^2 \cdot c_k \cdot t}{4 \cdot H}} \quad 8$$

$u(z,0) = p$  og for  $t > 0$  haves  $u(0,t) = 0$  samt  $\frac{\delta u(H,t)}{\delta z} = 0$

Nøjagtigheden er naturligvis betinget af hvor mange led der medtages i rækkeudviklingen. Den numeriske løsning kan nemt summeres op i et almindeligt regneark, eller ved hjælp af et matematikprogram som eksempelvis Mathcad, og kan således alternativt benyttes til at beregne nedtrængningsdybden og de tilhørende hævnings.



Figur 3. Eksempel på bortdræning af poreundertryk: 1 år, 10 år og 100 år. Tynde streger angiver Terzaghi's løsning. Tykke streger angiver resultatet af GEOs tilnærmede model.

## 5 Beregning af spændingsændringerne

Spændingsændringerne fra en given aflastning/belastning bestemmes ud fra en analytisk elasticitetsteoretisk løsning /3/ eller tilnærmet med trykfordeling under 1:2.

Superpositionsprincippet gælder i begge tilfælde. Det betyder, at det normalt er muligt at modellere spændingsfordelingen for selv temmelig komplicerede kombinationer af aflastning og belastning ved at kombinere forskellige kendte løsninger. Desuden er det muligt at skelne mellem slappe og stive fundamenter.

Det er fx muligt ved hjælp af symmetribetragtninger og udnyttelse af princippet om superposition at bestemme spændingsfordelingen i et vilkårligt punkt under eller uden for et rektangulært fundament både under antagelse af lineær elasticitet /2/ og trykfordeling 1:2 /1/. Det betyder i praksis, at det også er relativt nemt at medtage spændingsbidrag fra nabofundamenter og/eller udgravninger. Større beregninger af denne type kan med fordel udføres i et regnearksprogram eller matematikprogram.

## 6 Deformationsparametrene

Deformationsparametrene til brug for hævningsberegningerne bestemmes ved at udføre svelleforsøg i et almindeligt konsoliderings apparat eller eventuelt i et triaksial apparat.

Ved svelleforsøget, der fx udføres efter AASHTO T 258-78, bestemmes 3 parametre:

- Svelletrykket, der defineres som det tryk, som jordprøven skal påføres, for lige netop at undgå volumenændringer, når prøven frit kan opsuge eller dræne porevand.
- Dekadehædningen for aflastningengrenen,  $Q_{aflast}$  (%/slc) som bestemmer hævnings størrelse
- Konsolideringskoefficienten,  $c_k$  ( $m^2/sek$ ), der styrer tidsforløbet - herunder nedtrængningsdybden.

*Svelletrykket* måles enten direkte i forbindelse med svelleforsøget eller også findes det ved tilbageskæring af aflastningsgrenen med 0-linien. Svelletrykket har under normale omstændigheder samme størrelse som insitu-spændingen. Svelletrykkene kan dog være kraftigt forøget i træernes rodzone på grund af udtørring. Desuden kan svelletrykket være påvirket af tidligere opfyldninger eller afgravninger (terrænregulering).

*Dekadehældningen* aflæses som aflastningsgrenens hældning. Ofte er aflastningsgrenen krum, og hældningen bestemmes i sådanne tilfælde på den (nederste) del af kurven indenfor det aktuelle spændingsområde.

*Konsolideringskoefficienten* er spændingsafhængig og må derfor bestemmes ud fra tidskurven for de enkelte belastningstrin. I hævningsberegningerne skal anvendes en forsigtig middelværdi indenfor det aktuelle spændingsområde.

## 7 Hævningsberegningen

Beregningen af hævningsstørrelse til en given tid  $t$  foregår på helt traditionel vis ved at summere eller integrere udtryk 9 op over hele nedtrængningsdybden – det vil sige i intervallet  $0 \leq z \leq n$ :

$$\Delta\delta(z, t) = Q_{aflast} \cdot \log\left(1 + \frac{\Delta\sigma'_z(z, t)}{\sigma'_{z, \text{for}}(z, 0)}\right) \cdot \Delta z \quad 9$$

hvor:

$t$  er normalt konstruktionens forventede levetid - i Danmark ofte 50 eller 100 år.

$\Delta\sigma'_z(z, t)$  er den effektive spændingsændring (negativ ved aflastning):

$$\Delta\sigma'_z(z, t) = [(\sigma_{z, \text{efter}}(z, \infty) - u(z, t)) - \sigma'_{z, \text{for}}(z, 0)]$$

$\sigma'_{z, \text{for}}(z, 0)$  er den lodrette effektive spænding før aflastning. Denne spænding

fastlægges med støtte i de målte svelletryk. Ofte vil svelletrykkene svare til insitu-spændingen inden aflastning, men hvis ikke jorden er færdigkonsolideret for tidligere afgravninger eller opfyldninger, kan der være store afvigelser fra insitu-spændingen. Det samme er tilfældet, hvis udgangsspændingerne er påvirket af udtørring pga. træers vandopsugning.

$\sigma_{z, \text{efter}}(z, \infty)$  er den lodrette totale spænding efter aflastning.

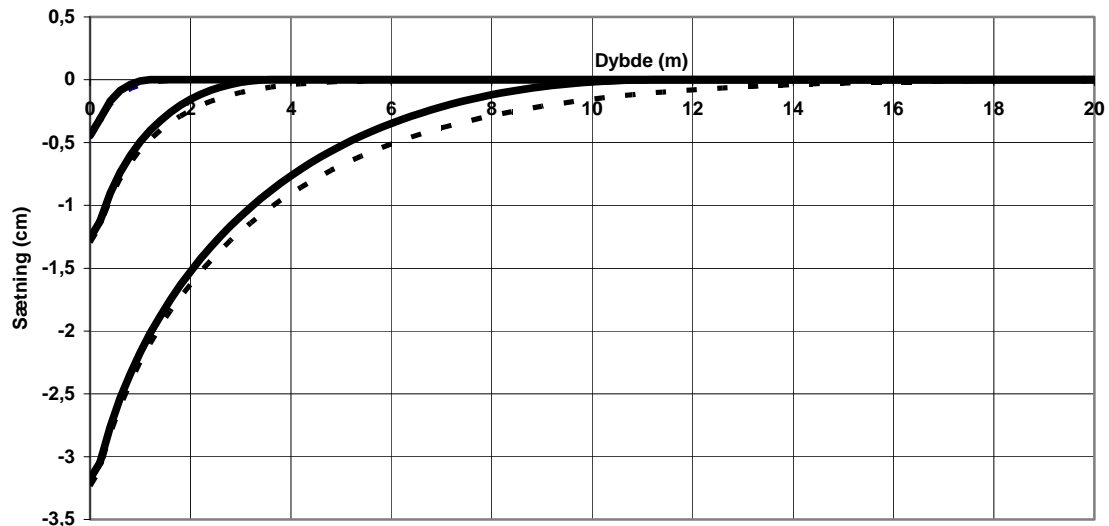
$u(z, t)$  er poreundertrykket, som bestemmes under antagelse af, at dræningen sker retlinjet.

Udtryk 9 indeholder både initialsætning og konsolideringssætning. Førstnævnte kan ikke beregnes i en endimensional model og må følgelig fastlægges på anden vis.

I figur 4 er hævningerne i svellezonen beregnet efter 1 år, 10 år og 100 år dels med den poreundertryksfordeling, som Terzaghi's teori angiver, og dels med den fordeling, som modellen om retlinjet dræning angiver. I beregningen er  $\Delta\sigma'_z(0, t) = p = 100 \text{ kN/m}^2$ ,

$Q_{aflast} = 1 \text{ \%/slc}$ ,  $c_k = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{sek}$ ,  $\gamma' = 10 \text{ kN/m}^3$  svarende til grundvandsspejl i udgravningsniveau og det er forudsat, at svelletrykket = insitu-spændingen før aflastning.

Som det fremgår af figur 4, så giver begge modeller stort set samme totale hævning. Afvigelsen på den samlede hævning er således mindre end nogle få procent. Der ses dog større procentvise afvigelser i den nederste del af svellezonen. Her er hævningerne imidlertid små, og afvigelsen har næppe praktisk betydning – særligt ikke i de tilfælde, hvor der sker trykspredning ned gennem svellezonen.



Figur 4. Hævningen efter 1 år, 10 år og 100 år som funktion af dybden under leroversiden=udgravningsniveau. Hævningen er beregnet både efter Terzaghi's teori (stipet linje) og med tilnærmelsen; retlinjet dræning (fuld optrukket linie).

## 8 Konklusion

Når man vælger en beregningsmodel, bør det ske under hensyntagen til den usikkerhed, der er på deformationsparametre og den geologiske model. Begge dele er ofte så usikkert fastlagt, at sofistikerede beregningsmodeller ikke giver bedre resultater end mere simple modeller, der til gengæld er lette at håndtere og gennemskue.

Det er GEOs vurdering, at Terzaghi's endimensionale konsolideringsteori giver en fyldestgørende beskrivelse af hævningernes størrelse og tidsforløb under hensyntagen til de usikkerheder, der i praksis normalt er på deformationsparametre og de øvrige beregningsforudsætninger herunder den geologiske model.

Som konsekvens heraf kan konsolideringsprocessens tidsforløb med fordel tilnærmes model Knud Mortensens model om retlinjet dræning. Herved opnås beregningstekniske fordele som gør det muligt at løse selv komplicerede hævningproblemer med en simpel beregningsmodel uden at gå på kompromis med nøjagtigheden.

Spændingsfordelingen fra aflastning/belastning foreslås så vidt muligt fastlagt ved at indsætte i de forskellige kendte elasticitetsteoretiske løsninger. Alternativt kan der dog uden væsentlig betydning for beregningsnøjagtigheden anvendes endnu en tilnærmelse i hævning-beregningen - nemlig trykfordeling under 1:2.

## 9 Referencer

- /1/ Hansen, Bent. *Geoteknik og fundering* del 1 afsnit 9.5, 1978.
- /2/ Holl, D.L. *Stress transmission in earths*. Proc. High. Res. Board, Vol. 20 p. 709-721.
- /3/ Poulos, H.G. og Davis, E.H. *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*, John Wiley & Sons Inc. 1974.
- /4/ May, J. *Heave on a deep basement in London Clay*, Department of the Environment, Croydon.
- /5/ Mortensen, Knud. *Konsolideringens tidsforløb*. Internt GEO-memo. 1965-12-30.
- /6/ Ovesen Krebs Niels et al. *Lærebog i Geoteknik* Polyteknisk Forlag, 2007.
- /7/ Knudsen, Børge. *Plastisk ler – geotekniske problemer*. Geologisk Nyt, nr. 1 1993 side 9